

2^{ème} Science
Série N°:3

EXERCICE N°1 :

I) Dans chacun des questions suivantes une seule des propositions est correcte.

1/ Le réel 3 est solution de l'équation :

i) $x^2 - 3 = 0$ ii) $3x^2 - 1 = 0$ iii) $x^2 + 3x - 18 = 0$

2/ $|\sqrt{5} - 1|$ est égale :

i) $-\sqrt{5} + 1$ ii) $\sqrt{5} + 1$ iii) $\sqrt{5} - 1$

3/ Si A(1,2) ; B(-1,-2) et I le milieu de [AB] alors :

i) I(0,0) ii) I(1,4) iii) I(1,2)

4/ Si B = (\vec{u}, \vec{v}) une base alors :

i) \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires. ii) \vec{u} et \vec{v} ne sont pas colinéaires iii) \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux.

5/ Si A(1,4) ; B(1,-2) et C(3,-2) alors ABC est un triangle :

i) isocèle ii) équilatéral iii) rectangle.

6/ a et b étant deux réels, si $a \times b \geq 0$ alors on a :

i/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ii/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{-a} \times \sqrt{-b}$ iii/ $\sqrt{a \times b} = \sqrt{|a|} \times \sqrt{|b|}$

7/ Des réels r et s vérifiant : $-2 \leq r \leq s \leq 0$ alors on a :

i/ $s^2 \leq r^2 \leq 4$ ii/ $r^2 \leq s^2 \leq 4$ iii/ $4 \leq r^2 \leq s^2$

8/ On considère une base orthonormée (\vec{i}, \vec{j}), les vecteurs $\vec{a} \begin{pmatrix} \sqrt{7} - \sqrt{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{7} + \sqrt{3} \end{pmatrix}$:

i/ \vec{a} et \vec{b} sont colinéaires ii/ \vec{a} et \vec{b} sont orthogonaux.

II) Répondre par vrai ou faux.

1/ Si $|x| \geq a$, alors $-a \leq x \leq a$, avec $a \geq 0$.

2/ Les solutions de l'équation $(x - 2)^2 = 16$ sont 2 et -6.

3/ La forme canonique de $x^2 - 6x + 2$ est $(x - 3)^2 - 5$.

4/ L'équation $\sqrt{x+2} = x - 1$ existe lorsque $x \in [-2, +\infty[$.

5/ Soit G centre de gravité du triangle ABC, alors : $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$

III/ Déterminer la forme canonique des équations suivantes :

a) $x^2 + 8x + 3$ b) $3x^2 - 5x + 2$ c) $-x^2 + 3x - 4$

EXERCICE N°2 :

B

ABCD un carré de coté 4.

M un point de [AB] distinct de A et B.

N un point de [AD] distinct de A et D tel que : DN = AM.

P le point tel que AMPN es un rectangle. On pose AM = x et $f(x) = \text{Aire}(\text{AMPN})$.

1/ A quel intervalle I appartient x ?

2/ a- Calculer f(x) en fonction de x.

b- Déterminer x sachant que $f(x) = 3$.

c- Peut-on déterminer x pour que $f(x) = 5$?

3/ a- Vérifier que : $f(x) = -(x - 2)^2 + 4$.

b- Montrer que $f(x) \leq 4$.

c- Pour quelle valeur de x, l'aire f(x) est-elle maximale ?

Série N°:4Résolution d'une équation du second degré :

Soit l'équation (E) : $ax^2 + bx + c = 0$ avec $a \neq 0$.

I/ On calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

1^{er} cas : si $\Delta > 0$ alors (E) admette deux racines distinctes : $x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')(x - x'')$.

2^{ème} cas : si $\Delta = 0$ alors l'équation (E) admette une racine double : $x' = x'' = \frac{-b}{2a}$

Une factorisation de (E) : $ax^2 + bx + c = a(x - x')^2 = a(x - x'')^2$.

3^{ème} cas : si $\Delta < 0$ alors l'équation (E) n'admette pas de solutions. (E) ne se factorise pas.

II/ Cas particuliers :

♦ Si $a + b + c = 0$ alors : $x' = 1$ et $x'' = \frac{c}{a}$

♦ Si $a - b + c = 0$ alors : $x' = -1$ et $x'' = -\frac{c}{a}$

III/ Somme et produit :

Si x' et x'' existent alors : $S = \frac{-b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$.

EXERCICE N° 1 :

I/ Résoudre dans IR puis factoriser les équations suivantes :

$$\diamond x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$\diamond -4x^2 + x - 1 = 0$$

$$\diamond \frac{9}{2}x^2 - 3x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\diamond (x - 1)^2 - 3x - 7 = 0$$

$$\diamond -2x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$\diamond -3x^2 + 7x - 4 = 0$$

$$\diamond 2x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\diamond 2x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\diamond x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$$

$$\diamond (\sqrt{2} + 1)x^2 + x - \sqrt{2} = 0$$

$$\diamond -4x^2 + (\pi + 4)x - \pi = 0$$

$$\diamond \pi x^2 + (1 + \sqrt{3})x = 0$$

III/ Résoudre dans IR les équations suivantes :

$$\diamond |x^2 - x - 2| = |-2x^2 + 3x + 2|$$

$$\diamond \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} = 0$$

$$\diamond \frac{x + 1}{x + 3} = \frac{7x - 13}{(x - 1)(x + 3)}$$

$$\diamond \frac{x^2 + 2x + 1}{3x^2 + 8x + 5} = -\frac{1}{2}$$

$$\diamond \sqrt{2x + 14} = x - 5$$

$$\diamond \sqrt{-4x - 3} = 2x + 3$$

$$\diamond \sqrt{2x - 1} + 2 = x$$

$$\diamond \sqrt{x + 3} + 1 = \sqrt{2 - x}$$

EXERCICE N° 2 :

I/ Soit l'équation : $3x^2 - 5x + c = 0$, avec $c \in \mathbb{R}$.

Déterminer c pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

III/ Soit l'équation : $(m + 2)x^2 - 2(m - 1)x + 4 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

Déterminer les valeurs de m pour que cette équation admette une solution double que l'on déterminera.

EXERCICE N° 3 :

Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x \cdot y = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - y = 5 \\ x \cdot y = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{49}{6} \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 17 \\ x \cdot y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} 2|x| + \sqrt{y} = 9 \\ x^2 \cdot y = 100 \end{cases}$$

EXERCICE N° 4 :

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivants :

1/ $x^2 - 7x + 10 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $x^2 - 7|x| + 10 = 0$.

2/ $x^2 + 8|x| - 9 = 0$

3/ $x^2 + 4x - 5 = 0$, déduire les solutions de l'équation : $(x - 3)^2 + 4(x - 3) - 5 = 0$

4/ $2x - 5\sqrt{x} + 3 = 0$

5/ $\left(\frac{x}{x-2}\right)^2 - \frac{8x}{x-2} + 15 = 0$

6/ $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

7/ $4x^4 - 9x^2 + 2 = 0$

EXERCICE N° 5 :

I/ Soit dans \mathbb{R} l'équation : $x^2 + 5x - 7 = 0$

1/ Montrer sans calculer le discriminant que cette équation admette deux racines x' et x'' .

2/ Sans calculer x' et x'' , déterminer :

$$x' + x'' \quad ; \quad x' \cdot x'' \quad ; \quad \frac{3}{x'} + \frac{3}{x''} \quad ; \quad x'^2 + x''^2 \quad ; \quad (-2x' + 3)(-2x'' + 3) \quad \text{et} \quad x'^3 + x''^3$$

III/ Soit l'équation $(E_m) : (m^2 + 1)x^2 - 2mx - 2 = 0$, $m \in \mathbb{R}$.

1/ Montrer sans calculer le discriminant que (E_m) admette deux racines distinctes.

2/ Déterminer m pour que l'une des racines soit égale à (-1) puis calculer l'autre racine.

3/ On prend $m = 2$, sans calculer x' et x'' déterminer : $A = \frac{x' + 1}{x'' - 1} + \frac{x'' + 1}{x' - 1}$